

Problème 326 – Les oiseaux fantômes du Puy du Fou

Niveau : Première (Spécialité Maths)

Chapitres : Polynômes du second degré

Inédit, publié le 29/08/2022



Depuis son ouverture en 1989, le parc du Puy du Fou, en Vendée, est devenu l'un des parcs à thème les plus fréquentés de France. En proposant à ses visiteurs des spectacles uniques autour d'éléments historiques, le Parc a réussi à séduire par la qualité artistique excellente des spectacles présentés, même si certains pourront émettre des réserves sur le biais historique et le côté romancé un peu (beaucoup ?) trop appuyés. Ce n'est cependant pas le cas de tous les spectacles, notamment un des plus populaires que nous allons aborder dans ce problème : « Le bal des oiseaux fantômes ».

Dans ce spectacle répété plusieurs fois par jour, des milliers de spectateurs (surtout l'été !) ont l'opportunité à chaque représentation d'admirer des centaines d'oiseaux qui se déplacent au-dessus des spectateurs, guidés par des fauconniers (voir image ci-dessus). Il est absolument impressionnant ainsi de voir ces oiseaux voltiger d'une tribune à une autre en passant souvent très près de la tête des spectateurs. Modélisons alors ici la situation.

En **Annexe**, on a représenté dans un repère orthonormé une coupe simplifiée des tribunes du spectacle, où l'abscisse indique la distance horizontale en mètres à partir de l'extrémité gauche d'une des tribunes, et l'ordonnée indique la hauteur en mètres à partir du point le plus bas de l'arène, dans la fosse centrale. C'est dans celle-ci, ainsi que dans les deux tribunes de gradins à gauche et droite, que les spectateurs sont assis. On a indiqué par des pointillés, notamment par les segments [AB] et [CD], la « hauteur des spectateurs » - placée à 1,50 mètres - qui est la limite au-delà de laquelle on considère que les oiseaux peuvent faire des trajectoires sans risquer de toucher les spectateurs.

Considérons un fauconnier qui, du haut de la tribune à gauche, fait partir d'un point M tout juste au-dessus de A un oiseau qui vole vers le point L sur la tribune opposée où se trouve un autre

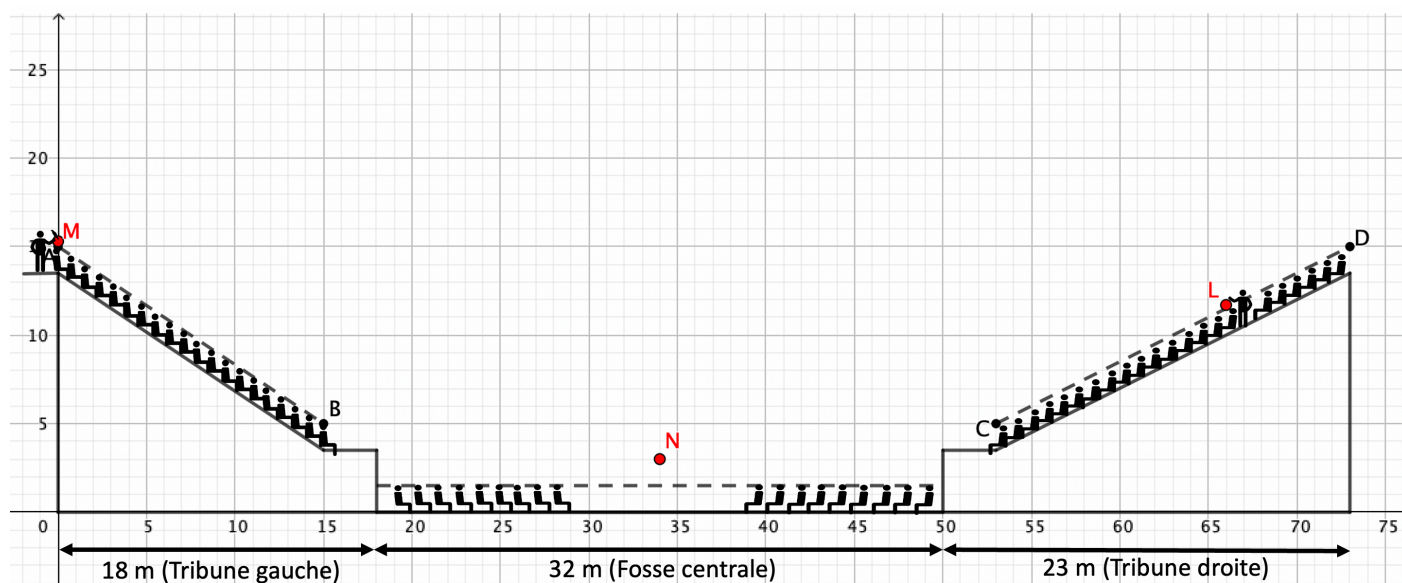
fauconnier, en passant par le point N qui est, en abscisse, au milieu de la fosse centrale et à 3 mètres de hauteur. La trajectoire de l'oiseau entre les points M et L est alors modélisée par la courbe représentative d'une fonction polynôme f du second degré associant à l'abscisse la hauteur de l'oiseau. On donne sous le schéma en **Annexe** les coordonnées des points.

Dans ce problème, la précision des calculs est essentielle: pour les faciliter, ils pourront donc être réalisés avec le support d'une calculatrice.

- 1) Déterminer l'expression de $f(x)$ en l'écrivant sous la forme $f(x) = ax^2 + bx + c$. On arrondira impérativement les valeurs de a, b et c à 10^{-4} près.
- 2) Dessiner approximativement, sur le repère en **Annexe**, la courbe représentative de f .
- 3) Le point N est-il le point minimum de la courbe représentative de la fonction f ? Justifier la réponse.
- 4) On appelle g et h les fonctions dont les courbes représentatives sont les droites (AB) et (CD).
 - a) Montrer que $g(x) = -\frac{2}{3}x + 15$ et $h(x) = \frac{x}{2} - 21,5$.
 - b) Démontrer que la courbe représentative de la trajectoire de l'oiseau reste strictement au-dessus des droites (AB) et (CD).
- 5) Sur la tribune située à droite sur le schéma en **Annexe**, déterminer à quelle abscisse la distance verticale entre la courbe représentative de la trajectoire de l'oiseau et la droite (CD) est la plus petite, et calculer cette distance.
- 6) Pour créer encore plus de sensations, on aimerait que l'oiseau passe encore plus près des spectateurs. Pour cela, une idée possible serait d'abaisser la hauteur du point N de 1 mètre tout en gardant la trajectoire parabolique passant par M, N et L.

En considérant les limites de hauteur, cette proposition est-elle acceptable ? Justifier la réponse.

Annexe



Coordonnées des points : A (0 ; 15) B (15 ; 5) C (53 ; 5) D (73 ; 15) M (0 ; 15,3) N (34 ; 3) L (66 ; 11,7)